

MATERIJALI ZA UČENIKE

Zbrajanje vektora

❖ Zbrajanje vektora (1)

Aktivnost 1 – Motivacijski primjer

Pročitajte sljedeći primjer te promislite o danim situacijama.

U čamcu na rijeci se nalazi Ante koji vesla. Na obali je njegov prijatelj Toma koji promatra gibanje čamca. O čemu sve ovisi brzina čamca u odnosu na obalu? Razmislite o različitim situacijama:

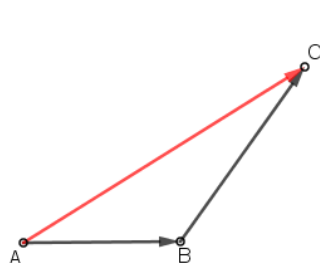
- Ante vesla nizvodno,
- Ante vesla uzvodno,
- Ante vesla okomito na tok rijeke.

Što u svakom od tih slučajeva uočava Toma?

Aktivnost 2 – Zbrajanje vektora po pravilu trokuta

Proučite *Primjer 11.* koji pokazuje kako odrediti sliku točke T nakon dviju uzastopnih translacija za vektore kod kojih je završna točka prvog vektora jednaka početnoj točki drugog vektora, a vektori su nekolinearni. U svoje bilježnice zapišite sljedeće:

Vektore koji imaju svojstvo da je završna točka prvog vektora jednaka početnoj točki drugog vektora nazivamo **nadovezani vektori**.



Uzastopno djelovanje translacija za vektor \vec{AB} i za vektor \vec{BC} je translacija za vektor \vec{AC} .

Vektor \vec{AC} je zbroj vektora \vec{AB} i \vec{BC} .

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

Zbroj nadovezanih vektora određujemo po pravilu trokuta.

Zbroj nadovezanih vektora je vektor kojemu je početna točka u početnoj točki prvog vektora, a završna točka u završnoj točki drugog vektora.

Aktivnost 3 – Zbrajanje vektora primjenom pravila trokuta

Zapišite naslov ZBRAJANJE VEKTORA PRIMJENOM PRAVILA TROKUTA. Zatim proučite prezentaciju na e-sfera (Primjena matematike u znanosti → Zbrajanje i oduzimanje vektora → e-Matematika → Zbrajanje vektora po pravilu trokuta) koja pokazuje kako primjenom pravila trokuta zbrojiti:

- dva nekolinearna vektora koji nemaju zajedničkih krajnjih točaka,
- dva kolinearna vektora jednakih orijentacija,
- dva kolinearna vektora suprotnih orijentacija.

VAŽNO! Kao rezultat zbrajanja dvaju ili više vektora moguće dobiti vektor kojemu se početna i završna točka podudaraju, npr. \vec{AA} , \vec{BB} , ...

Vektor kojemu se početna i završna točka podudaraju nazivamo **nul-vektor** i označavamo $\vec{0}$.

Duljina nul-vektora je 0 jediničnih dužina, a njegovi smjer i orijentacije se ne definiraju.

Aktivnost 4 – Uvježbavanje

Riješite zadatke 107., 109., 110., 111. i 112. te samostalno provjerite ispravnost rješenja.

Listići za vrednovanje kao učenje: A1.

Listići za vrednovanje za učenje: D1.

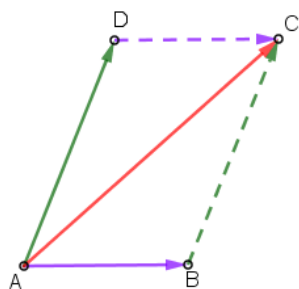
❖ Zbrajanje vektora (2)

Aktivnost 1 – Ponavljanje

Na poveznici <https://www.geogebra.org/m/tCGQZnWZ#material/gfK5ZGrn> kroz interaktivnu simulaciju ponovite zbrajanje vektora po pravilu trokuta.

Aktivnost 2 – Zbrajanje vektora po pravilu paralelograma

Proučite *Primjer 12*, koji pokazuje kako odrediti zbroj dvaju nekolinearnih vektora s istom početnom točkom (zajedničkim hvatištem). U bilježnice zapišite naslov ZBRAJANJE VEKTORA PO PRAVILU



PARALELOGRAMA i sljedeće:

Zbog $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ i $\vec{BC} = \vec{AD}$ vrijedi $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.

Pri ovakvom načinu zbrajanja vektora na slici se pojavljuje paralelogram pa je ovakav način zbrajanja naziva zbrajanje po pravilu paralelograma.

Pri zbrajanju po **pravilu paralelograma**, vektori imaju istu početnu točku (zajedničko hvatište) tako da čine dvije susjedne stranice paralelograma, a zbroj vektora jednak je vektoru određenom dijagonalom paralelograma usmjerenom iz te početne točke zajedničkog hvatišta prema nasuprotnom vrhu paralelograma.

Aktivnost 3 – Zbrajanje vektora različitog smjera primjenom pravila paralelograma

Proučite *Primjer 14*, koji pokazuje kako primjenom pravila paralelograma zbrojiti dva vektora različitog smjera koji nemaju zajedničku početnu točku.

Zapišite u svoje bilježnice: pri zbrajanju izvršimo translaciju jednog vektora tako da mu početna točka bude u početnoj točki drugog vektora. Zatim odredimo zbroj po pravilu paralelograma.

Aktivnost 4 – Uvježbavanje

Riješite zadatke 113. – 115. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja.

Listići za vrednovanje kao učenje: B1.

Listići za vrednovanje za učenje: D2.

Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga

Prilog A1.

Vrednovanje kao učenje – Zadatci za vršnjačko vrednovanje

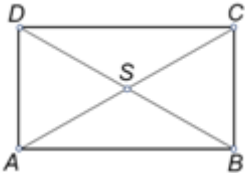
Jedan član para riješi ● zadatke, a drugi ♦zadatke. Rješenja upišite u tablicu. Pogledajte zadatke vašeg para i označite jesu li rješenja točna.

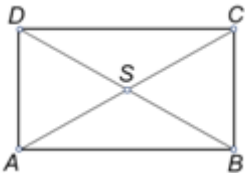
●Ime učenika		
Pitanje	Rješenje	T/N
Nacrtajte vektore \vec{a} i \vec{b} različitog smjera i zbrojite ih po pravilu trokuta.		
Nacrtajte vektore \vec{c} i \vec{d} istog smjera i jednakih orijentacija. Odredite vektor $\vec{c} + \vec{d}$.		
Nacrtajte trokut $\triangle ABC$. Odredite vektor $\vec{BC} + \vec{CA}$.		

♦Ime učenika		
Pitanje	Rješenje	T/N
Nacrtajte vektore \vec{c} i \vec{d} različitog smjera i zbrojite ih po pravilu trokuta.		
Nacrtajte vektore \vec{a} i \vec{b} istog smjera i suprotnih orijentacija. Odredite vektor $\vec{a} + \vec{b}$.		
Nacrtajte trokut $\triangle ABC$. Odredite vektor $\vec{CA} + \vec{AB}$.		

Prilog A2.Vrednovanje kao učenje – **Zadatci za vršnjačko vrednovanje**

Jedan član para riješi ● zadatke, a drugi ♦ zadatke. Rješenja upišite u tablicu. Pogledajte zadatke vašeg para i označite jesu li rješenja točna.

●Ime učenika		
Pitanje	Rješenje	T/N
 <p>Na slici je prikazan pravokutnik $ABCD$. Točka S sjecište je njegovih dijagonala. Odredite:</p>	/	/
$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}$		
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$		
$\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{AS}$		
$\overrightarrow{DS} + \overrightarrow{AS}$		
$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{SA}$		

♦Ime učenika		
Pitanje	Rješenje	T/N
 <p>Na slici je prikazan pravokutnik $ABCD$. Točka S sjecište je njegovih dijagonala. Odredite:</p>	/	/
$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$		
$\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$		
$\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{DS}$		
$\overrightarrow{BS} + \overrightarrow{CS}$		
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{SB}$		

Prilog B1.Vrednovanje kao učenje – **Lista za samoprocjenu**

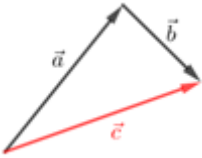
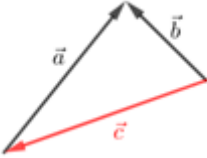
Tvrdnje:

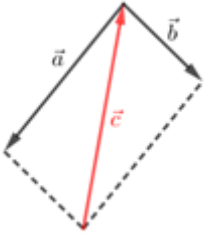
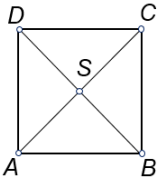
- Određujem zbroj vektora primjenom pravila trokuta.
- Određujem zbroj vektora primjenom pravila paralelograma.

Prilog D1.Vrednovanje za učenje – **Kviz**

Tvrdnja	Zaokružite točne odgovore		✓ X
Zbroj dvaju ili više vektora je vektor.	Da	Ne	
Uzastopno djelovanje translacija za vektor \vec{CA} , a potom za vektor \vec{AB} je translacija za vektor \vec{BC} .	Da	Ne	
Za vektore \vec{CA} i \vec{AB} kažemo da su nadovezani vektori.	Da	Ne	
Zadatak/Pitanje	Napišite točne odgovore		✓ X
Nacrtajte vektore \vec{c} i \vec{d} različitog smjera i zbrojite ih po pravilu trokuta.			
Nacrtajte vektore \vec{a} i \vec{b} istog smjera i jednakih orijentacija. Odredite vektor $\vec{a} + \vec{b}$.			

Prilog D2.Vrednovanje za učenje – **Kviz**

Tvrdnja	Zaokružite točne odgovore		✓ X
Zadani su vektori \vec{a} i \vec{b} . Za vektor \vec{c} sa slike vrijedi $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$.	/	/	
	Da	Ne	
	Da	Ne	

	Da	Ne	
Zadatak/Pitanje	Napišite točne odgovore		✓ ✕
<p>Na slici je prikazan kvadrat $ABCD$. Točka S sjecište je njegovih dijagonala. Odredite:</p> 			
$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$			
$\overrightarrow{DS} + \overrightarrow{AS}$			